

УДК 517.95

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПРАВЫХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЧАСТЬЮ

С.Н. Сидоров¹

¹ stsid@mail.ru; Стерлитамакский филиал Института стретгических исследований РБ, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета

Изучены обратные задачи по определению сомножителей правых частей уравнения смешанного парабола-гиперболического типа, зависящих от времени. На основании теории интегральных уравнений доказаны соответствующие теоремы единственности и существования решений.

Ключевые слова: уравнение смешанного парабола-гиперболического типа, обратные задачи, существование, единственность.

В прямоугольной области $D = \{(x, t) | 0 < x < l, -\alpha < t < \beta\}$ рассмотрим уравнение смешанного типа

$$Lu = F(x, t), \quad (1)$$

где

$$Lu = \begin{cases} t^n u_{xx} - u_t - b^2 t^n u, & t > 0, \\ u_{xx} - u_{tt} - b^2 u, & t < 0, \end{cases} \quad F(x, t) = \begin{cases} f_1(x)g_1(t), & t > 0, \\ f_2(x)g_2(t), & t < 0, \end{cases}$$

$n > 0, b \geq 0, l > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ – заданные действительные числа.

Задача 1. Найти функции $u(x, t)$ и $g_1(t)$, удовлетворяющие условиям:

$$u(x, t) \in C(\overline{D}) \cap C_t^1(D) \cap C_x^1(\overline{D}) \cap C_x^2(D_+) \cap C^2(D_-); \quad (2)$$

$$g_1(t) \in C[0, \beta]; \quad (3)$$

$$Lu(x, t) \equiv F(x, t), \quad (x, t) \in D_+ \cup D_-; \quad (4)$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta; \quad u(x, -\alpha) = 0, \quad 0 \leq x \leq l; \quad (5)$$

$$u(x_0, t) = h_1(t), \quad 0 < x_0 < l, \quad 0 \leq t \leq \beta, \quad (6)$$

где $f_i(x)$, $i = 1, 2$, $g_2(t)$, $h_1(t)$ – заданные функции, x_0 – заданная точка из интервала $(0, l)$, $D_+ = D \cap \{t > 0\}$, $D_- = D \cap \{t < 0\}$.

Задача 2. Найти функции $u(x, t)$ и $g_2(t)$, удовлетворяющие условиям (2), (4), (5) и

$$g_2(t) \in C[-\alpha, 0]; \quad (7)$$

$$u(x_0, t) = h_2(t), \quad 0 < x_0 < l, \quad -\alpha \leq t \leq 0, \quad (8)$$

где $f_i(x)$, $i = 1, 2$, $g_1(t)$, $h_2(t)$ – известные функции.

Задача 3. Найти функции $u(x, t)$, $g_1(t)$, $g_2(t)$, удовлетворяющие условиям (2) – (8), здесь $f_i(x)$, $h_i(t)$, $i = 1, 2$ – заданные функции.

Отметим, что исследование задач 1 – 3 базируется на прямой начально-граничной задаче (2), (4) – (5), изученной в [1]. В [2, 3] для вырождающихся

параболо-гиперболических уравнений были изучены обратные задачи по отысканию функций $u(x, t)$ и $f_i(x)$, когда $g_i(t) \equiv 1$. Поставленные задачи для уравнения (1) при $n = 0$ изучены в [4, с. 228–238].

В данной работе доказаны соответствующие теоремы единственности и существования решений задач 1 – 3 для уравнения (1) при $n > 0$.

Литература

1. Сабитов К. Б., Сидоров С. Н. *Начально-граничная задача для неоднородных вырождающихся уравнений смешанного парабола-гиперболического типа* // Итоги науки и техники. Серия Совр. матем. и ее прил. Тем. обзоры. – 2017. – Т. 137. – С. 26–60.
2. Сидоров С. Н. *Нелокальная обратная задача по определению правых частей вырождающегося уравнения смешанного парабола-гиперболического типа* // Научные ведомости БелГУ. Математика. Физика. – 2014. – № 25 (196). – Вып. 37. – С. 45–57.
3. Сабитов К. Б., Сидоров С. Н. *Обратная задача для вырождающегося парабола-гиперболического уравнения с нелокальным граничным условием* // Изв. вузов. Математика. – 2015. – № 1. – С. 46–59.
4. Сабитов К. Б. *Прямые и обратные задачи для уравнений смешанного парабола-гиперболического типа*. – М.: Наука, 2016. – 272 с.

INVERSE PROBLEMS ON DETERMINATION OF THE RIGHT-HAND SIDES OF A MIXED PARABOLIC-HYPERBOLIC TYPE EQUATION WITH DEGENERATE PARABOLIC PART

S.N. Sidorov

Inverse problems on the determination of the factors of expressions in the right-hand sides of a mixed parabolic-hyperbolic type equation that depend on the time are studied. On the basis of the theory of integral equations, the corresponding uniqueness and existence theorems for solutions are proved.

Keywords: equation of mixed parabolic-hyperbolic type, inverse problems, existence, uniqueness.

УДК 517.518.87

КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ С КРАТНЫМИ УЗЛАМИ ДЛЯ ГИПЕРСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА ГИЛЬБЕРТА

Ю.С. Солиев¹

¹ su1951@mail.ru; Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет

Для гиперсингулярного интеграла Гильберта построены и исследованы квадратурные формулы с кратными узлами.

Ключевые слова: гиперсингулярный интеграл Гильберта, интерполяция с кратными узлами, квадратурная формула.

Приближенное вычисление гиперсингулярных интегралов Гильберта и Коши-Адамара рассматривалось в работах И.В. Бойкова, Б.Г. Габдулхаева, И.К. Лифанова, А.М. Линькова, их учеников и последователей. Некоторый обзор работ по этой тематике содержится в работе [1].